



FACULTAD
REGIONAL
MENDOZA

Álgebra y Geometría Analítica

Unidad n° 1: MATRICES

Algunas demostraciones

- 1) Si A es una matriz cuadrada inversible entonces su inversa es única.

https://youtu.be/pY_W6dWeiE8

Si A es una matriz cuadrada e inversible entonces su inversa es única.

$$P \Rightarrow Q \quad \text{implicación}$$

$$\begin{matrix} H & T \\ \text{Antecedente} & \text{Consecuente} \end{matrix}$$

Método indirecto

Contradicción

$P \wedge \neg Q$ una Contradicción

Es decir

A es una matriz cuadrada e inversible y su inversa no es única, es decir al menos tiene dos inversas distintas.

Sea A cuadrada e inversible y B y C sus inversas distintas, luego por definición:

$$A \cdot B = B \cdot A = I$$

$$\text{y } A \cdot C = C \cdot A = I$$

Partamos de alguna de las igualdades anteriores:

$$A \cdot B = I$$

Pre-multiplicamos por C

$$C \cdot (A \cdot B) = C \cdot I$$

Asociamos

$$(C \cdot A) \cdot B = C \cdot I$$

por ser C inversa de A

$$I \cdot B = C \cdot I$$

$$B = C \quad !! \text{ Es un Abrurdo}$$

Una contradicción

Que prueba de suponer que A tenía dos inversas diferentes.

Luego la inversa de A es UNICA.

- 2) Si A y B son matrices invertibles de orden $m \times m$, entonces

$A \cdot B$ es inversible y $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

https://youtu.be/fZHMq5_98X0

- 3) Si A es inversible y k un escalar no nulo entonces $(k \cdot A)^{-1} = \frac{1}{k} A^{-1}$

<https://www.youtube.com/watch?v=hXuzLzIoBa8>

- 4) A es inversible, si y sólo si A es equivalente por filas a la identidad

<https://youtu.be/te5YqeP20oc>

- 5) Si A es inversible y k un entero positivo, entonces $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$

<https://www.youtube.com/watch?v=env4ULi2JCwo>